

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Kedua
Sidang 1986/87

ZCC 301/2 - Ilmu Mekanik Klasik II

Tarikh: 7 April 1987

Masa: 9.00 pagi - 11.00 pagi
(2 jam)

Jawab EMPAT soalan sahaja.

Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Suatu zarah, jisimnya m , bermula daripada keadaan pegun pada titik asal dan bergerak di bawah pengaruh daya yang bersandar pada masa t

$$F = mke^{-\alpha t}$$

di mana k dan α adalah pemalar positif.

- (i) Apakah dimensi bagi k ?
 - (ii) Carilah halaju v dan posisi x pada masa t ?
 - (iii) Apakah perhubungan di antara x dan v ?
 - (iv) Lakarkan graf F , v , dan x sebagai fungsi t .
Apakah nilai v dan x apabila t adalah besar?
(50/100)
- (b) Suatu zarah yang bergerak di sepanjang paksi x menghadapi sesuatu rencatan kv^α per unit jisim, di mana v ialah kelajuan semasa t , α dan k ialah pemalar.
- (i) Bagi $\alpha < 1$, tunjukkan bahawa zarah akan berhenti pada jarak $x = v_0^{2-\alpha}/[k(2-\alpha)]$ dari titik permulaan pada masa $t = v_0^{1-\alpha}/[k(1-\alpha)]$, di mana v_0 ialah kelajuan permulaan.
 - (ii) Bagi $1 < \alpha < 2$, apakah jarak dan masa berpadanan untuk zarah berhenti.

- (iii) Bagi $\alpha > 2$, apakah jarak dan masa berpadanan untuk zarah berhenti.

(50/100)

2. Suatu lontaran ditembak dengan halaju v_0 ke atas dan mencangkumkan suatu sudut ($\neq 90^\circ$) dengan permukaan bumi.

- (a) Jikalau rintangan udara diabaikan

- (i) dapatkan vektor posisi \underline{r}_a pada sebarang masa.
(ii) dengan menyingkirkan pembolehubah t daripada komponen \underline{r}_a tunjukkan bahawa trajektori lontaran adalah suatu parabola.

(40/100)

- (b) Kalau rintangan udara adalah βv per unit jisim, di mana β adalah suatu pemalar

- (i) tunjukkan vektor posisi \underline{r}_b ialah

$$\underline{r}_b = \left(\frac{v_0}{\beta} + \frac{g\hat{k}}{\beta^2} \right) (1 - e^{-\beta t}) - \frac{gt}{\beta} \hat{k}$$

- (ii) lakarkan perbezaan di antara trajektori yang diwakili oleh \underline{r}_a dan \underline{r}_b .

- (iii) bagi βt yang kecil tunjukkan

$$\underline{r}_b = \underline{r}_a - \Delta \underline{r}$$

$$\text{di mana } \Delta \underline{r} \approx \beta \left(\frac{v_0 t}{2} - \frac{gt^3}{6} \hat{k} \right)$$

(60/100)

3. (a) Suatu jasad tegar, bentuknya bak-telur, bergerak di atas permukaan sfera.

- (i) Nyatakan kesemua koordinat yang diperlukan untuk menyebutkan konfigurasi sistem itu. Berapakah bilangan koordinat teritlak?

- (ii) Terangkan sama ada kekangan yang berkenaan holonomik.
- (iii) Bagaimana jawapan (i) dan (ii) di atas jikalau jasad tegar bak-telur bergerak di atas suatu satah.
- (iv) Bagaimanakah jawapan (i), (ii) dan (iii) di atas jikalau jasad tegar itu adalah suatu sfera.

(30/100)

- (b) Berikan contoh fizikal yang diperihalkan dengan

- (i) satu koordinat teritlak
- (ii) dua koordinat teritlak
- (iii) tiga koordinat teritlak.

(10/100)

- (c) Suatu zarah yang jisimnya m terlekat pada penghujung suatu rod tanpa jisim; penghujung rod yang satu lagi bergerak dengan pecutan malar a daripada keadaan pegun di sepanjang suatu dawai mendatar yang licin. Rod dan dawai berada di dalam satah tegak yang sama. Tentukan halaju sudutan bagi rod.

(60/100)

4. Suatu zarah, jisimnya m , bergerak di bawah pengaruh suatu daya pusat $F(r)$.

- (a) Tunjukkan tenaga kinetik bagi zarah ialah:

$$T = \frac{m}{2}(\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2)$$

(10/100)

- (b) Dengan menggunakan pembolehubah $u = r^{-1}$ tunjukkan bahawa persamaan tenaga bagi orbit ialah:

$$\frac{1}{2}mh^2\left[\left(\frac{du}{d\theta}\right)^2 + u^2\right] + V(u^{-1}) = E$$

di mana $h = r^2\dot{\theta}$ ialah suatu pemalar manakala V dan E masing-masing adalah tenaga keupayaan dan tenaga total.

(20/100)

- (c) Kalau orbit bagi zarah ialah $r = 3\theta^2$, tunjukkan daya pusat yang berkesan ialah:

$$F(r) = -mh^2 \left(\frac{18}{r^4} + \frac{1}{r^2} \right)$$

(20/100)

- (d) Dapatkan persamaan-persamaan gerakan Hamilton di dalam medan pusat tersebut.

(50/100)

5. Dua jasad dengan jisim m_1 dan m_2 bergerak di bawah pengaruh salingtindakan graviti di antara satu sama lain sahaja.

- (a) Tunjukkan bahawa gerakan dua zarah itu dapat dirumuskan sebagai gerakan suatu zarah setara di dalam suatu keupayaan pusat.

(30/100)

- (b) Huraikan secara ringkas gerakan-gerakan yang sepadan dengan hal-hal berikut:

- (i) $m_1 \gg m_2$
(ii) $m_1 \approx m_2$
(iii) $m_1 \ll m_2$

(10/100)

- (c) Dengan menggunakan koordinat kutub satahan serta keabadian momentum sudut, tunjukkan bahawa vektor jejarian bagi zarah menyapu luas yang sama dalam masa yang sama.

(40/100)

- (d) Jikalau zarah m_1 bercas q_1 dan m_2 bercas q_2 , selain daripada salingtindakan graviti, apakah salingtindakan yang wujud? Oleh sebab salingtindakan tambahan itu, terangkan sebarang perbezaan di dalam corak gerakan, jikalau ada, berbanding dengan kes apabila hanya salingtindakan graviti bertindak.

(20/100)